



Corrigé du Devoir bilan

Solution de l'exercice 1.

1. Par lecture graphique, on trouve les coordonnées suivantes des points A et D :

$$A(2; 0) \quad \text{et} \quad D(4; 4).$$

2. D'après le cours, on sait que la distance AD est donnée par :

$$AD = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2}.$$

En remplaçant les coordonnées par les valeurs trouvées dans la question 1, on obtient

$$\begin{aligned} AD &= \sqrt{(4 - 2)^2 + (4 - 0)^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} \\ &= \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = \sqrt{5 \times 4} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}. \end{aligned}$$

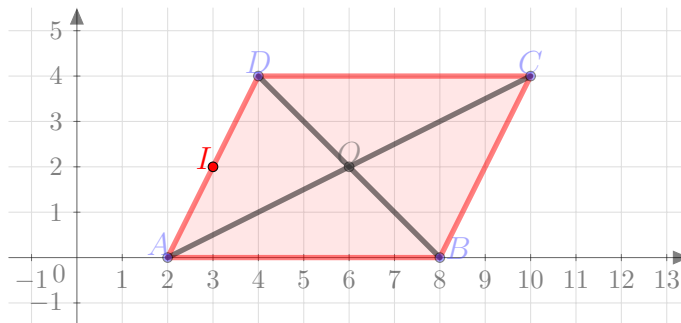
3. D'après le cours, on sait que les coordonnées de I , le milieu de $[AD]$, sont données par

$$x_I = \frac{x_A + x_D}{2} \quad \text{et} \quad y_I = \frac{y_A + y_D}{2}.$$

En utilisant les valeurs des coordonnées de A et de D (voir question 1), on trouve que

$$x_I = \frac{2 + 4}{2} = \frac{6}{2} = 3 \quad \text{et} \quad y_I = \frac{0 + 4}{2} = \frac{4}{2} = 2.$$

Les coordonnées du point I sont donc $(3; 2)$.



4. La droite (IC) passe par le sommet C du triangle ACD et par le milieu I du côté $[AD]$ opposé à C . Par définition, (IC) est donc **UNE** médiane du triangle ACD .
5. Puisque $ABCD$ est un parallélogramme, ses diagonales $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en leurs milieux. Le point O est donc le milieu de $[AC]$. Donc la droite (DO) est également une médiane du triangle ACD .
6. Soit J le point d'intersection des deux médianes (IC) et (DO) . Or dans tout triangle, les trois médianes sont concourantes. Donc la troisième médiane passe par J et naturellement par A . La troisième médiane est donc la droite (AJ) . Ainsi par définition d'une médiane, (AJ) coupe $[CD]$ en son milieu.

**Solution de l'exercice 2.**

- Le tableau ci-dessous présente le nombre de cigarettes fumées par jour par le lycéen. A chaque jour du mois de juin, on associe donc le caractère quantitatif (c'est un nombre) suivant : le nombre de cigarettes fumées par jour. La population est donc l'ensemble des jours du mois de juin et le caractère est le nombre de cigarettes fumées en une journée.
- Le nombre de jours où le lycéen fume plus de 10 cigarettes correspond aux jours où il fume 12 ou 16 cigarettes. Il y a eu 2 jours pendant lesquels il a fumé 12 cigarettes et 3 pendant lesquels il a fumé 16 cigarettes. Au total pendant $2+3 = 5$ jours il a fumé plus de 10 cigarettes par jour. Pour obtenir le pourcentage associé on divise par le nombre total de jours ($4+5+5+6+5+2+3 = 30$, il y a 30 jours pendant le mois de juin) et on multiplie par 100 :

$$\frac{5}{30} \times 100 = \frac{1}{6} \times 100 = 0,1667 \times 100 = 16,67\%.$$

Le lycéen a fumé plus de 10 cigarettes par jour pendant 16,67% des jours du mois de juin.

3.

Consommation de cigarettes au mois de juin							
Nombre de cigarettes consommées en une journée	2	3	4	5	7	12	16
Effectif	4	5	5	6	5	2	3
Effectif cumulé croissant	4	9	14	20	25	27	30

4. Le nombre moyen de cigarettes fumées en une journée est de :

$$\begin{aligned} m &= \frac{2 \times 4 + 3 \times 5 + 4 \times 5 + 5 \times 6 + 7 \times 5 + 12 \times 2 + 16 \times 3}{30} \\ &= \frac{8 + 15 + 20 + 30 + 35 + 24 + 48}{30} = \frac{180}{30} = 6. \end{aligned}$$

5. Solution 1 : on calcule les fréquences cumulées en divisant l'effectif cumulé par 30 (l'effectif total), on obtient :

Consommation de cigarettes au mois de juin							
Nombre de cigarettes	2	3	4	5	7	12	16
Fréquence	$\frac{4}{30} = 0,133$	$\frac{5}{30} = 0,167$	$\frac{5}{30} = 0,167$	$\frac{6}{30} = 0,2$	$\frac{5}{30} = 0,167$	$\frac{2}{30} = 0,04$	$\frac{3}{30} = 0,1$
Fréquence cumulée	$\frac{4}{30} = 0,133$	$\frac{9}{30} = 0,3$	$\frac{14}{30} = 0,467$	$\frac{20}{30} = 0,667$	$\frac{25}{30} = 0,833$	$\frac{27}{30} = 0,9$	$\frac{30}{30} = 1$

On en déduit alors la médiane et les quartiles. La médiane est le nombre de cigarettes pour lequel la fréquence cumulée dépasse 0,5 :

$$Me = 5.$$



Les quartiles sont respectivement le nombre de cigarettes pour lequel la fréquence cumulée dépasse 0,25 respectivement 0,75. Ils valent donc

$$Q_1 = 3 \quad \text{et} \quad Q_3 = 7.$$

Solution 2 : on divise l'effectif total par 2 : $30/2 = 15$. La médiane est alors entre la 15^{ième} et la 16^{ième} valeur. En regardant les effectifs cumulés, on en déduit bien que $Me = 5$. De la même façon, le premier quartile Q_1 correspond à la $30/4 = 7,5$ soit la 8^{ième} valeur et le troisième quartile Q_3 à la $3 \times \frac{30}{4} = 22,5$, soit la 23^{ième} valeur. Ainsi, à l'aide des effectifs cumulés, on retrouve les mêmes valeurs que dans la solution 1, à savoir $Q_1 = 3$ et $Q_3 = 7$.

On en déduit que pendant au moins 25% des jours du mois de juin, le lycéen fume au plus 3 cigarettes par jour, pendant au moins 50% des jours il fume au plus 5 cigarettes et pendant au moins 75% des jours il fume au plus 7 cigarettes.

6. L'étendue étant la différence la plus haute valeur et la plus basse valeur elle vaut : $16 - 2 = 14$ cigarettes par jour. L'écart inter-quartile vaut quant à lui :

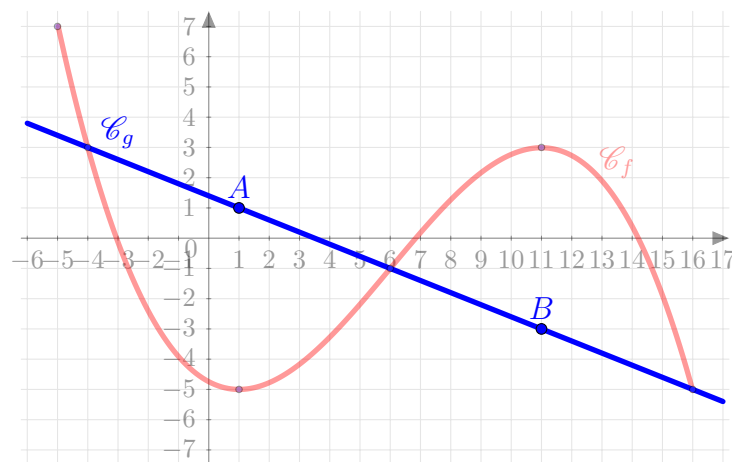
$$Q_3 - Q_1 = 7 - 3 = 4.$$

Solution de l'exercice 3.

- La fonction f étant décroissante sur $[-3; 1]$, elle n'est pas croissante sur $[-3; 3]$. Attention, il est également faut d'affirmer que f est décroissante sur $[-3; 3]$. Cependant la fonction f est bien croissante sur $[3; 9]$.
- Voici le tableau de variations de f :

x	-5	1	11	16
f	7	-5	3	-5

- Sur l'intervalle $[0; 16]$ le maximum de f vaut 3 et est atteint à l'abscisse $x = 11$.
- Sur l'intervalle $[0; 16]$, seul le réel $x = 11$ a pour image 3 : $f(11) = 3$.
- La courbe représentative de g est une droite que l'on représente ci-dessous :



6. Les points d'intersections des courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g sont $(-4; 3)$, $(6; -1)$ et $(16; -5)$. On en déduit que les abscisses $x \in [-5; 16]$ solutions sont $x = -4$ ou $x = 6$ ou $x = 16$. On résume en donnant l'ensemble solution associé :

$$\mathcal{S} = \{-4; 6; 16\}.$$